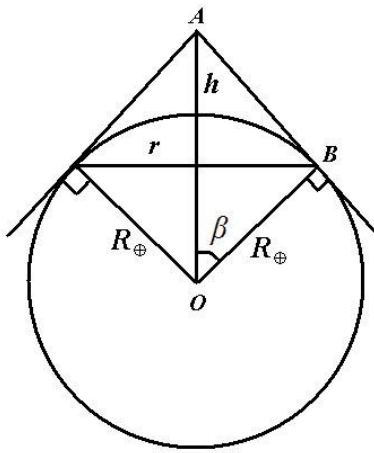


1. Земля в иллюминаторе

В 2019 году выпускник нашего лицея Владимир Прохоров окончил Белорусский государственный университет по специальности «Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии». Спустя пять лет Володя первым из лицеистов был принят в отряд белорусских космонавтов и уже через год он совершил свой первый космический полет в качестве бортинженера корабля «Союз-ТМ 103». Подготовка к полету проходила вдали от Родины. За год Владимир Андреевич очень соскучился по родным местам, поэтому во время полета он частенько задерживался у стекла иллюминатора, стремясь увидеть свою страну, рассмотреть Могилёв и, может быть, даже лицей. Какую долю земной поверхности мог охватить взглядом космонавт Володя Прохоров с высоты 400 км?

Примечание. Радиус Земли можно принять равным 6400 км.



Решение задачи существенно упростится, если учесть, что площадь поверхности Земли, доступная взгляду Владимира Андреевича, незначительно превышает площадь круга, радиусом r .

Решив систему уравнений:

$$AB^2 = r^2 + h^2$$

$$(R_{\oplus} + h)^2 = R_{\oplus}^2 + AB^2$$

$$\text{получим, что } r = \sqrt{2R_{\oplus}h}.$$

Тогда доля земной поверхности, доступная взгляду космонавта, может быть оценена по формуле:

$$\frac{S_v}{S_o} = \frac{\pi r^2}{4\pi R_o^2} = \frac{h}{2R_o}; \quad \frac{S_v}{S_o} = 0,031$$

т.е. взгляду космонавта доступно примерно 3% поверхности Земли.

2. Пленники астероида

В 2038 году команда физиков и астрономов лицея Белорусско-Российского университета прилетела на малую планету Голубев (216897) — первый астероид, открытый с территории Беларуси. В результате астрофизических исследований лицеисты выяснили, что данное шарообразное небесное тело диаметром около 5 км принадлежащее к главному поясу астероидов, является классической малой планетой класса C, т.е. тёмным углеродистым объектом со средней плотностью $1,36 \text{ г/см}^3$. Программа исследований была рассчитана на три дня, а так как сутки на малой планете длились всего 14 с половиной земных часов, то трудились юные исследователи от восхода и до самого захода Солнца.

Завершив исследования, лицеисты решили прямо на астероиде провести юбилейный 25-й астрофизический турнир. С целью сохранения секретности при подготовке к турниру команды физиков и астрономов расположились на диаметрально противоположных точках на экваторе астероида. Турнир решено было провести на базе физиков. Успеют ли к началу турнира астрономы, если они выехали со своей базы за час до его начала на вездеходе, максимальная скорость которого 60 км/ч.

Определим массу астероида $M_a = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$. Следовательно $M_a = 8,90 \cdot 10^{13} \text{ кг}$.

Первая космическая скорость, может быть рассчитана из соотношения

$$\frac{GM_a m}{R^2} = \frac{m v_1^2}{R}$$

Следовательно: $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$; $v_1 = 1,54 \frac{м}{с}$.

Достигнув этой скорости, вездеход больше не сможет увеличить свою скорость, так как станет искусственным спутником астероида и будет вращаться вокруг него по орбите радиусом равным радиусу планеты.

Линейная скорость точек на экваторе малой планеты $v_э = \frac{2\pi}{T} R$; $v_э = 0,30 \text{ м/с}$.

Таким образом, относительная скорость вездехода, при движении по экватору в направлении с востока на запад с первой космической скоростью

$$v_{отн} = v_1 + v_э = 1,84 \text{ (м/с)}.$$

Двигаясь с этой скоростью вездеход, достигнет цели за $t = \frac{\pi R}{v_{отн}}$, то есть за 1 ч. 11 мин. 10 с.

Таким образом, минимальное время в пути при движении по экватору в направлении с востока на запад с первой космической скоростью составит 1,19 часа.

Примечание. Не может быть, чтобы астрономы лица не учли это обстоятельство и не выехали заранее.

3. На железной планете

В 2138 году команды физиков и астрономов лица Белорусско-Российского университета прилетели на экзопланету 57 Персея b. Целью экспедиции было проведение каникулярных астрофизических исследований на данной планете, обращающейся вокруг звезды 57 Персея, а также организация юбилейного 125-го астрофизического турнира. Прибыв на планету, лицеисты выяснили, что она представляет собой тонкий железный диск радиусом 6 400 км и толщиной всего в 20 км, что, по мнению юных исследователей, указывало на ее искусственное происхождение. Сразу по прибытии на планете были обнаружены трехногие, трехрукие, трехпалые, одноглазые зеленые человечки, которые наотрез отказались признавать в лицеистах братьев по разуму, на том основании, что лицеисты, как выяснилось, не обладали даже простейшими навыками выполнения арифметических действий в троичной системе счисления.

После долгих препирательств лицеистам для подтверждения своей разумности было предложено теоретически рассчитать ускорение свободного падения на поверхности планеты вблизи центра ее диска, а также на его ободе и предложить несколько практически реализуемых способов экспериментальной проверки полученных результатов.

Подтвердите и Вы свою разумность.

Примечание. Возможно, Вам полезно будет знать, что экзопланетой называют планету, не принадлежащую к Солнечной системе.

Исследуемая планета совершала один оборот вокруг звезды 57 Персея за 1218 местных суток, совершая оборот вокруг своей оси за 8,333 земного часа. Плоскости орбиты планеты, экватора и плоскость ее поверхности были параллельны.

Средняя плотность вещества планеты, полученная в результате исследований, оказалась равной 6800 кг/м^3 .

Рассчитаем ускорение свободного падения на поверхности диска планеты, вблизи ее центра. Для этого проведем аналогию между гравитационным полем и полем электростатическим.

$$\text{Согласно закону Кулона } F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

$$\text{По закону всемирного тяготения } F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Таким образом, гравитационная постоянная G в законе всемирного тяготения является аналогом k в законе Кулона. Тогда аналогом электрической постоянной ϵ_0 является выражение $\frac{1}{4\pi G}$.

$$\text{Напряжённость гравитационного поля в выбранной точке } E_{\text{гр}} = \frac{F_{\text{тяг}}}{m} = \frac{mg_{\text{ц}}}{m} = g_{\text{ц}}.$$

Поскольку планета представляет собой практически плоский, широкий диск, аналогом для формулы напряженности гравитационного поля планеты должна быть формула напряженности электростатического поля бесконечной заряженной пластины:

$$E_{\text{эл}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \text{ где } \sigma - \text{поверхностная плотность заряда.}$$

$$\text{Следуя выбранной аналогии, получаем: } g_{\text{ц}} = \frac{\sigma_{\text{т}}}{2\frac{1}{4\pi G}} = 2\pi G \sigma_{\text{т}},$$

где $\sigma_{\text{т}}$ – поверхностная плотность планеты.

$$\sigma_{\text{т}} = \frac{m}{S} = \frac{\rho V}{S} = \rho h.$$

Таким образом, ускорение свободного падения на поверхности планеты, вблизи ее центра:

$$g_{\text{ц}} = 2\pi G \rho h. \quad g_{\text{ц}} = 5,70 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Получим ускорение «на ободке» планеты.

В неинерциальной системе отсчета, связанной с произвольной точкой «обода» планеты с учетом действия центробежной силы получим:

$$g_{\text{б}} = G \frac{M}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ или } g_{\text{б}} = \pi G \rho h - \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

$$\text{Таким образом } g_{\text{б}} = 4,2 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}.$$

Практически получить значение ускорения свободного падения на планете, можно определив, например, период колебаний физического маятника. Кроме того, поскольку ускорение свободного падения очень мало, его нетрудно определить и по времени свободного падения тел с некоторой высоты. Возможны и другие варианты ответа.

4. Тайны красной планеты

В 2053 году команда физиков и астрономов лицея Белорусско-Российского университета высадилась на Марсе (радиус планеты 0,53 радиуса Земли, а масса 0,107 земной массы). В ходе этой экспедиции лицеисты должны были развернуть несколько баз для последующего терраформирования и колонизации Красной планеты.

По прибытии на Марс ребята убедились, что марсианская атмосфера состоит в основном из углекислого газа, причем атмосферное давление у поверхности планеты редко превосходит 1 кПа, а температура на экваторе колеблется от +30 °С днём до –80 °С ночью.

Столь разреженная атмосфера поразила ребят. Пытаясь найти ответ на вопрос: «Как Марс потерял почти всю свою газовую оболочку?» ребята рассчитали, на какую высоту могут подняться молекулы марсианского воздуха, обладающие у поверхности планеты скоростью, равной средней квадратичной скорости молекул при данных температурах.

Попутно, предположив, что зависимость давления газа от высоты в поле тяготения планеты описывается барометрической формулой, лицеисты оценили на какой высоте над Землей атмосферное давление равно давлению у поверхности Марса.

Примечание. Барометрическая формула описывает зависимость давления газа от высоты и может быть применима для идеального газа, имеющего постоянную температуру и находящегося в однородном поле тяжести. Барометрическая формула имеет следующий вид: $p = p_0 \exp(-mgh/kT)$, где p — давление газа в слое, расположенном на высоте h , p_0 — давление на нулевом уровне, m — масса молекулы газа, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Согласно условию задачи кинетическая энергия молекул углекислого газа

$$\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

С учетом того, что масса молекул углекислого газа может быть найдена по формуле: $m_0 = \frac{M}{N_A}$, получим:

$$v = \frac{\sqrt{3kT}}{m_0} = \frac{\sqrt{3RT}}{M}.$$

Тогда для температуры $T_1 = 303$ К получим $v_1 = 414$ м/с.

Для температуры $T_2 = 193$ К получим $v_2 = 331$ м/с.

Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{m_0 v_1^2}{2} - \frac{GM_{\oplus} m_0}{R_{\oplus}} = -\frac{GM_{\oplus} m_0}{R_{\oplus} + h_1},$$

$$h_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\oplus}} - \frac{v_1^2}{2GM_{\oplus}}} - R_{\oplus}. \quad h_1 = 23,2 \text{ км.}$$

Аналогично получаем $h_2 = 14,9$ км.

Воспользовавшись барометрической формулой, оценим высоту над Землей, на которой давление воздуха равно атмосферному давлению у поверхности Марса. При расчете положим, что температура воздуха 273 К.

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}. \text{ Следовательно, } h = \frac{kT}{m_0 g} \ln \frac{p_0}{p}; \quad h = 24,2 \text{ км.}$$

5. Телескоп Галилея

В 1609 году Галилео Галилей сконструировал свой первый телескоп, обеспечивавший трехкратное увеличение. В том же году он создал телескоп, дававший 32-кратное увеличение. Телескоп Галилея имел в качестве объектива одну

собирающую линзу, а окуляром служила рассеивающая линза. Длина этого телескопа была около метра, а диаметр объектива — 4,5 см.

7 января 1610 года с помощью этого телескопа Галилей открыл четыре самых крупных спутника Юпитера: Ио, Европа, Ганимед и Каллисто.

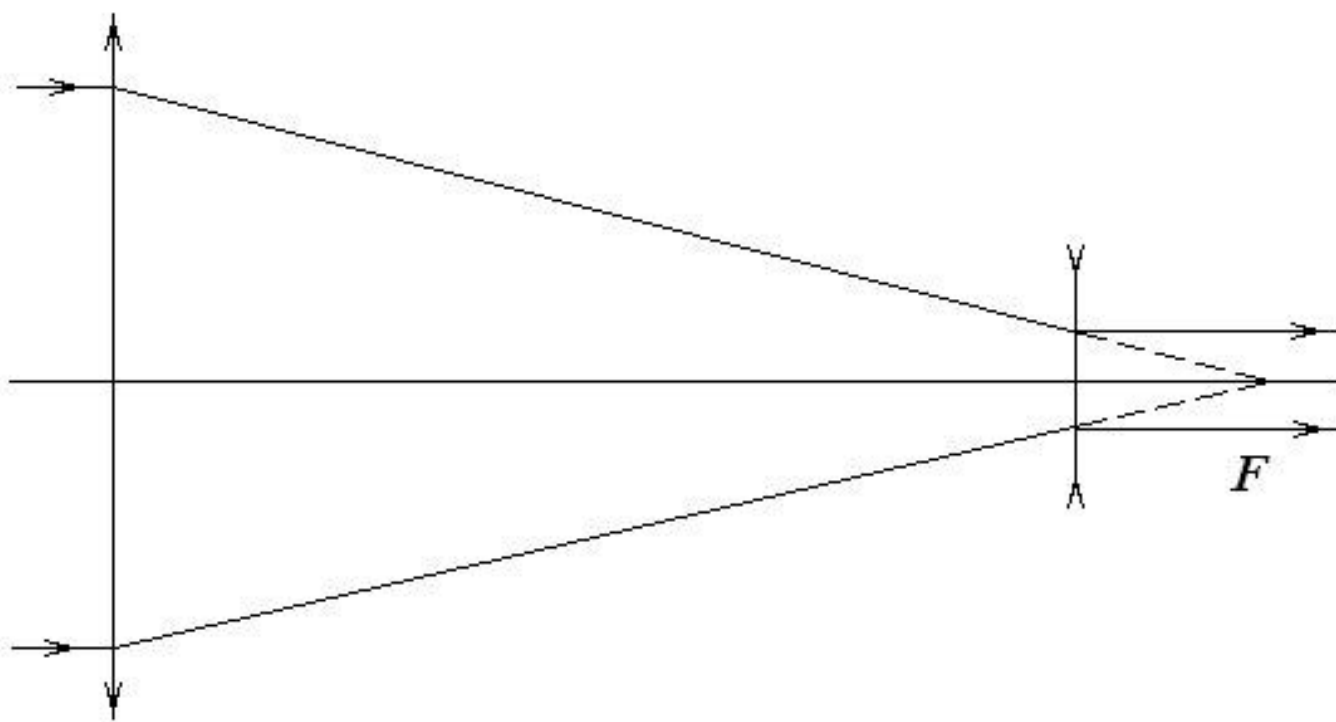
В январе 2018 года во время зимних каникул лицеист Костя Петров воссоздал по имеющимся чертежам телескоп великого итальянского ученого и повторил его наблюдения лун Юпитера. В ходе этих наблюдений Костя установил, например, что первый спутник планеты — Ио обращается вокруг нее за $42^{\text{ч}}28^{\text{м}}$ на среднем расстоянии в 421 800 км.

По приведенным выше сведениям воспроизведите оптическую схему телескопа Галилея и начертите ход лучей в нем.

Рассчитайте массу Юпитера в массах Земли. С каким периодом обращается вокруг Юпитера Ганимед, большая полуось орбиты которого равна 1070 тыс. км?

Примечание. Возможно, что Вам полезно будет знать, что период обращения Луны вокруг Земли равен 27,32 сут. а большая полуось лунной орбиты — $384,4 \cdot 10^3$ км.

Оптическая схема телескопа Галилея и ход лучей в нем.



Согласно третьему закону Кеплера $\frac{M_{\text{Ю}} + m_{\text{Г}}}{M_{\text{З}} + m_{\text{Л}}} \frac{T_{\text{Г}}^2}{T_{\text{Л}}^2} = \frac{a_{\text{Г}}^3}{a_{\text{Л}}^3}$, где $M_{\text{Ю}}$ — масса Юпитера, $m_{\text{Г}}$ — масса Ганимеда, $M_{\text{З}}$ — масса Земли, $m_{\text{Л}}$ — масса Луны, $T_{\text{Г}}$ — сидерический период обращения Ганимеда вокруг Юпитера, $T_{\text{Л}}$ — сидерический период обращения Луны вокруг Земли, $a_{\text{Г}}$ — большая полуось орбиты Ганимеда, $a_{\text{Л}}$ — большая полуось орбиты Луны.

Массой Ганимеда по сравнению с массой Юпитера очевидно можно пренебречь. Масса Луны, как известно, равна $1/81$ массы Земли.

Тогда масса Юпитера, выраженная в массах Земли равна

$$\frac{M_{\text{Ю}}}{M_{\text{З}}} = \frac{82}{81} \frac{a_{\text{Г}}^3}{a_{\text{Л}}^3} \frac{T_{\text{Л}}^2}{T_{\text{Г}}^2}; \quad \frac{M_{\text{Ю}}}{M_{\text{З}}} = 318.$$

Естественно, что данный результат можно получить и применив закон всемирного тяготения.

6. Осенние мотивы

Теплым, солнечным осенним вечером учитель физики и астрономии лицея А.Г. Сугакевич не спеша шел работы домой. Под ногами приятно шелестела опавшая за день листва. Солнце ярко освещало пешеходную улицу, площадь звезд и фигуру бронзового звездочета.

– Да, – вздохнул Александр Георгиевич. – Годы идут, я, конечно, не молодею. А вот Солнышко, оно по-прежнему молодое. День за днем, год за годом оно неустанно освещает и обогревает Землю. Это сколько же энергии для этого нужно! Сейчас прикину.

Значит так, солнечная постоянная, т.е. энергия светового излучения, падающего на перпендикулярную солнечным лучам площадку, площадью в один квадратный метр, расположенную на орбите Земли, равна 1366 Вт/м^2 , расстояние до нашего светила 149,6 миллионов километров. Значит светимость Солнца, т.е. суммарная мощность его светового излучения равна...

Теперь рассчитаем массу нашего светила...

Выходит, что мощность светового излучения, испускаемая единицей солнечной массы равна... Хм... – Александр Георгиевич изумленно глянул на тусклый диск Солнца, просматривающийся сквозь небольшое полупрозрачное облачко, затем его взгляд упал на кучку листьев, превших у тротуара. Что-то быстро прикинув в уме, учитель еще раз удивленно хмыкнул, покачал головой и поспешил домой.

Какие результаты получил Александр Георгиевич, что его так удивило, о чем он подумал, глядя на кучку прелой листвы.

Светимость Солнца $L_{\odot} = 4\pi a^2 E_0$; $L_{\odot} = 3,84 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

Рассчитаем массу Солнца.

Поскольку сила тяготения, действующая на Землю, играет роль центростремительной силы.

$$G \frac{M_{\odot} m_{\oplus}}{a^2} = m_{\oplus} \frac{2\pi^2}{T^2} a. \text{ Следовательно } M_{\odot} = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}.$$
$$M_{\odot} = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}.$$

Тогда мощность светового излучения, испускаемого единицей массы Солнца равна:

$$\frac{L_{\odot}}{M_{\odot}} = 2,02 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Вт}}{\text{кг}}.$$

Оказывается, что 1 кг Солнца испускает в секунду очень небольшое количество теплоты. Вероятно, Александр Георгиевич предположил, что и кучка прелых листьев выделяет за секунду сопоставимое количество теплоты.